

海淀区九年级第一学期 数学中期练习

教师：崔莉

爱护环境，从我做起，提倡使用电子讲义



海淀区九年级第一学期数学中期练习

- 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x \neq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x \geq 0$
- 方程 $x^2 - 3x + 6 = 0$ 的根的情况是 ()
A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定是否有实数根
- 下列各图是一些交通标志的图案, 其中是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.

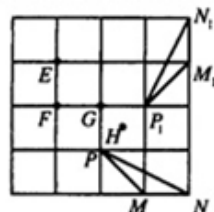


D.

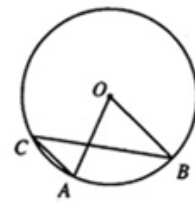
- 下列计算中, 正确的是 ()
A. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$ C. $3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- 若方程 $(m+1)x^2 - mx - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的取值范围是 ()
A. $m \neq -1$ B. $m = -1$ C. $m \geq -1$ D. $m \neq 0$

- 如图, 在 4×4 的正方形网格中, $\triangle MNP$ 绕某点旋转 90° , 得到 $\triangle M_1N_1P_1$, 则其旋转中心可以是 ()

- 点 E
- 点 F
- 点 G
- 点 H



- 如图, $\odot O$ 中, $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle OBC = 35^\circ$, 则 $\angle OAC$ 等于 ()
A. 20° B. 35° C. 60° D. 70°



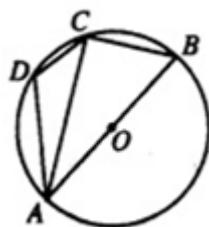
- 如果关于 x 的方程 $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 有且只有一个实数根, 那么关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ 的根为 ()

- 1 或 -3 B. 1 或 3 C. -1 或 3 D. 1 或 -3

- 计算: $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{8} =$ _____。

- 方程 $x^2 = x$ 的根为 _____。

- 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, $\angle BAC = 30^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____。



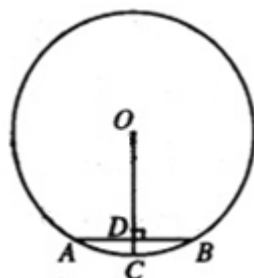
12、在平面直角坐标系中，半径为 5 的 $\odot O$ 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，则圆心点 M 坐标为 _____。

13、计算： $\sqrt{12} - (\pi - 3)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - |-2\sqrt{3}|$ 。

14、解方程： $x^2 - 2x - 3 = 0$ 。

15、已知实数 x ， y 满足 $\sqrt{2x+y} + y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$ ，求 $x+y$ 的值。

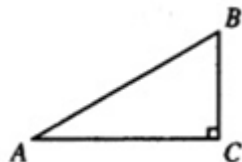
16、如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， $AB=8$ ， $OC \perp AB$ 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 C ，且 $CD=1$ ，求 $\odot O$ 的半径。



17、对于竖直向上抛的物体，在没有空气阻力的条件下，满足这样的关系式： $h = vt - \frac{1}{2}gt^2$ ，其中 h 是上升高度， v 是初速度， g 是重力加速度(本题中取 $g = 10\text{m/s}^2$)， t 是抛出后所经过的时间，如果将一物体以 $v = 30\text{m/s}$ 的初速度竖直向上抛出，物体何时在离抛出点 25m 高的地方？

18、如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 2$ 。

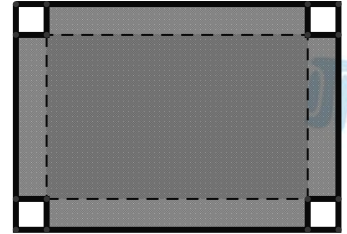
(1) 用尺规作图，作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后得到的 $\triangle AB_1C_1$ (不写画法，保留画图痕迹)；
结论：_____为所求。



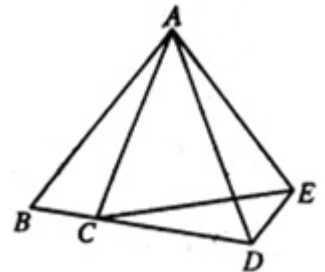
(2) 在 (1) 的条件下，连接 B_1C ，求 B_1C 的长。

19、列方程解应用题：

如图，有一块矩形纸板，长为 20cm，宽为 14cm，在它的四角各切去一个同样的正方形，然后将四周突出部分沿虚线折起，就能制作一个无盖方盒，如果要制作的无盖方盒的底面积为 160cm^2 ，那么纸板各角应切去边长为多大的正方形？

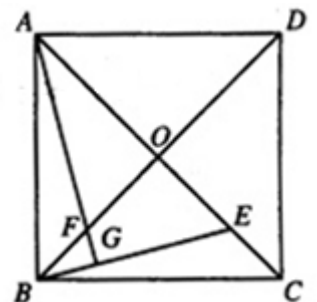


20、如图，点 C 在线段 BD 上， $\triangle ABD$ 与 $\triangle AEC$ 都为等边三角形，求 $\angle BDE$ 的度数。



21、已知关于 x 的一元二次方程 $(3a-1)x^2 - ax + \frac{1}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根，求代数式 $a^2 - 2a + 1 + \frac{1}{a} = 0$ 的值。

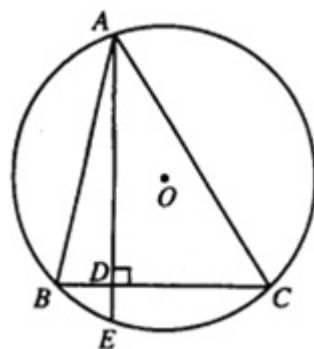
22、如图，正方形 $ABCD$ 中， E, F 分别在对角线 AC, BD 上，且 $CE = BF$ ，连接 AF, BE ，并延长 AF 交 BE 于点 G ，求证： $AG \perp EB$ 。



23、如图，在 $\odot O$ 中，弦 $AE \perp BC$ 于 D ， $BC = 6$ ， $AD = 7$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ 。

(1) 求 $\odot O$ 的半径。

(2) 求 DE 的长。



24、已知四边形 $ABCD$ ，以此四边形的四条边为边向外分别作正方形，顺次连接这四个正方形的对角线交点 E, F, G, H 得到一个新四边形 $EFGH$ 。

(1) 如图 1，若四边形 $ABCD$ 是正方形，则四边形 $EFGH$ ____（填“是”或者“不是”）正方形。

(2) 如图 2，若四边形 $ABCD$ 是矩形，则(1)中的结论____（填“能”或者“不能”）成立。

(3) 如图 3，若四边形 $ABCD$ 是平行四边形，其他条件不变，判断(1)的结论是否还成立？若成立，证明你的结论；若不成立，请说明你的理由。

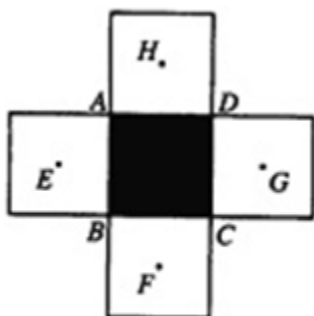


图 1

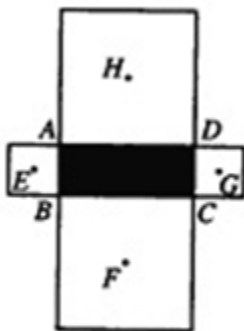


图 2

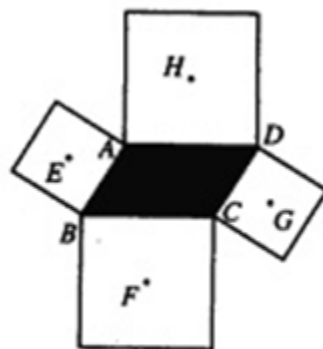


图 3

25、已知关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + (2-3a)x + 3 = 0$

(1) 求证：当 a 取不等于 1 的实数时，此方程总有两个实数根。

(2) 若 m, n ($m < n$) 是此方程的两根，并且 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{4}{3}$ 。直线 $l: y = mx + n$ 交 x 轴于点 A ，交

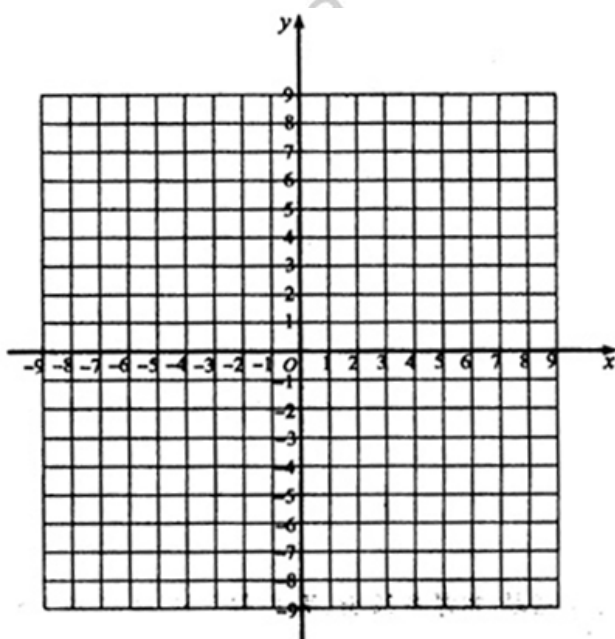
y 轴于点 B ，坐标原点 O 关于直线 l 的对称点 O' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，求反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ 的解析式。

(3) 在 (2) 的成立的条件下，将直线 l 绕点 A 逆时针旋转角 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，得到直线 l' ， l' 交

y 轴于点 P ，过点 P 作 x 轴的平行线，与上述反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 Q ，当四边形 $APQO'$

的面积为 $9 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时，求角 θ 的值。



海淀区九年级第一学期期中练习

数 学

参考答案及评分标准

2010. 11

说明：合理答案均可酌情给分，但不得超过原题分数

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

1. B 2. C 3. D 4. B 5. A 6. C 7. D 8. B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9. $\sqrt{2}$ 10. 0 或 1 11. 120° 12. (1, 4) 或 (1, -4)

注：第 10 题和第 12 题答对一个给 2 分，答对两个给 4 分

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

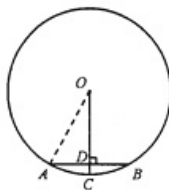
13. 解：原式 $= 2\sqrt{3} - 1 + 2 - 2\sqrt{3}$ 4 分
 $= 1$5 分

14. 解：原方程可化为
 $(x-3)(x+1) = 0$3 分
 $\therefore x-3=0$ 或 $x+1=0$.
 $\therefore x_1=3, x_2=-1$5 分

15. 解：由已知，有
 $\sqrt{2x+y} + (y-\frac{1}{2})^2 = 0$,1 分
 $\therefore 2x+y=0$ 且 $y-\frac{1}{2}=0$2 分
 $\therefore y=\frac{1}{2}$ 且 $x=-\frac{y}{2}=-\frac{1}{4}$4 分
 $\therefore x+y=\frac{1}{4}$5 分

16. 解：由 $OC \perp AB$ ，可知 D 是 AB 的中点，
 $\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 4$2 分

设 $\odot O$ 的半径为 r ，连结 OA ，
 在 $Rt\triangle AOD$ 中， $OA^2 = OD^2 + AD^2$.
 $\therefore r^2 = (r-1)^2 + 4^2$.



.....4 分

解得 $r = \frac{17}{2}$5 分

17. 解: 由题意, $25 = 30t - \frac{1}{2} \times 10t^2$1 分

$\therefore 5t^2 - 30t + 25 = 0$2 分

$\therefore t^2 - 6t + 5 = 0$2 分

$\therefore (t-5)(t-1) = 0$.

$\therefore (t-5)(t-1) = 0$.

$\therefore t_1 = 1, t_2 = 5$4 分

答: 当 $t=1$ 或 $t=5$ 时, 物体处在离抛出点 25m 高的地方.5 分

18. (1) 正确作出 $\triangle AB_1C_1$ 得 2 分, 右图为参考.

(2) 根据作图结果, 连结 B_1C . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\because \angle C = 90^\circ, \angle A = 30^\circ, AB = 2,$

$\therefore BC = 1.$

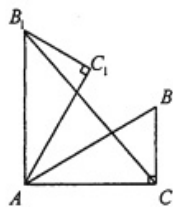
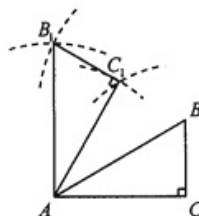
$\therefore AC^2 = AB^2 - BC^2 = 4 - 1 = 3$4 分

由 (1) 可知 $\angle B_1AB = 60^\circ$, 可得 $\angle B_1AC = 90^\circ$, 又有 $AB = AB_1 = 2$.

则在 $\text{Rt}\triangle B_1AC$ 中,

$B_1C^2 = AB_1^2 + AC^2 = 4 + 3 = 7.$

$\therefore B_1C = \sqrt{7}$5 分



四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 解: 设切去的小正方形边长为 x1 分

则 $160 = (20 - 2x)(14 - 2x)$2 分

整理得 $x^2 - 17x + 30 = 0$3 分

解得 $x_1 = 2, x_2 = 15$ (不合题意, 舍去).4 分

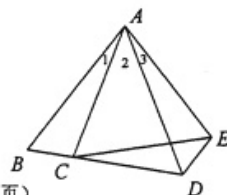
答: 纸板各角应切去边长为 2cm 的正方形.5 分

20. 解: 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中, $AB = AD, AC = AE$.

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 60^\circ,$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中,



$$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle 1 = \angle 3, \\ AC = AE. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE = 60^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle BDE = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

21. 解: 由已知, 二次方程 $(3a-1)x^2 - ax + \frac{1}{4} = 0$ 的判别式为 0.

$$\text{即 } a^2 - (3a-1) = 0.$$

$$\text{即 } a^2 - 3a + 1 = 0. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{所以有 } a^2 - 2a + 1 = a, a^2 + 1 = 3a. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{代入 } a^2 - 2a + 1 + \frac{1}{a}, \text{ 得}$$

$$a^2 - 2a + 1 + \frac{1}{a} = a + \frac{1}{a} = \frac{a^2 + 1}{a} = \frac{3a}{a} = 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. 证明: 在正方形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$ 且 O 是 AC 与 BD 的交点.

$$\therefore \angle AOF = \angle BOE = 90^\circ, OA = OC = OB.$$

$$\because CE = BF,$$

$$\therefore OF = OE.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AOF \cong \text{Rt}\triangle BOE. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OBE.$$

$$\because \angle OAF + \angle OFA = 90^\circ, \angle OFA = \angle BFG.$$

$$\therefore \angle OBE + \angle BFG = 90^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AGB = 90^\circ, \text{ 即 } AG \perp EB. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)

23. (1) 解: 连结 OB, OC .

$$\because \angle BOC = 2\angle BAC, \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, 有

$$OB^2 + OC^2 = BC^2, \text{ 且 } OC = OB.$$

$$\therefore 2OC^2 = BC^2.$$

$$\because BC = 6,$$

$$\therefore OC = 3\sqrt{2}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

即 $\odot O$ 的半径为 $3\sqrt{2}$.

(2) 解: 过 O 作 $OM \perp AE$ 于 M , $ON \perp BC$ 于 N ,

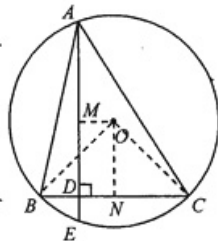
可得 $AM=ME$, $ON=\frac{1}{2}BC=3$,5 分

易知四边形 $OMDN$ 是矩形.

得 $MD=ON=3$.

$\therefore AM=AD-MD=7-3=4=ME$.

$\therefore DE=ME-MD=4-3=1$7 分



24. (1) 是 ;1 分

(2) 能 ;2 分

(3) 证明: 连结 $EF, FG, GH, HE, AE, AH, DG, DH$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, 即以 AB, CD 分别为边的正方形的对角线也相等.

$\because$ 点 E, G 是上述两个正方形的对角线交点,

$\therefore AE=DG$.

$\because$ 点 H 是以 AD 为一边的正方形的对角线交点,

$\therefore AH=DH$4 分

易知 $\angle HDG = \angle HDA + \angle ADC + \angle CDG = 45^\circ + \angle ADC + 45^\circ = 90^\circ + \angle ADC$.

$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中, 有 $\angle BAD = 180^\circ - \angle ADC$,

$\therefore \angle HAE = 360^\circ - (\angle HAD + \angle BAD + \angle BAE) = 360^\circ - [45^\circ + (180^\circ - \angle ADC) + 45^\circ] = 90^\circ + \angle ADC$.

$\therefore \angle HDG = \angle HAE$.

$\therefore \triangle HDG \cong \triangle HAE$5 分

$\therefore HG=HE$ 且 $\angle EHA = \angle GHD$.

同理可证 $HE=EF=FG$.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.6 分

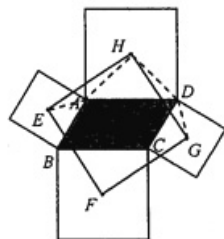
$\because$ 点 H 是正方形的对角线交点,

$\therefore \angle AHD = 90^\circ$,

即 $\angle AHG + \angle GHD = 90^\circ$.

$\therefore \angle EHG = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形.7 分



25. (1) 证明:

∵ $(a-1)x^2 + (2-3a)x + 3 = 0$ 为关于 x 的一元二次方程,

∴ $a-1 \neq 0$, 即 $a \neq 1$,

∴ $\Delta = (2-3a)^2 - 4 \times (a-1) \times 3 = 9a^2 - 24a + 16 = (3a-4)^2$1 分

∴ $\Delta \geq 0$.

∴ 当 a 取不等于 1 的实数时, 此方程总有两个实数根.2 分

(2) 解: 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + (2-3a)x + 3 = 0$ 的两根为

$$x = \frac{-(2-3a) \pm \sqrt{(3a-4)^2}}{2(a-1)} = \frac{3a-2 \pm |3a-4|}{2(a-1)} \quad (a \neq 1).$$

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{a-1}.$$

∵ m, n 是方程的两根, 且 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{4}{3}$,

$$\therefore \frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{a-1}} = \frac{4}{3}.$$

∴ $a = 2$3 分

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = 1.$$

∵ $m < n$,

∴ $m = 1, n = 3$.

∴ 直线 l 的解析式为 $y = x + 3$.

∴ 直线 l 与 x 轴交点 $A(-3, 0)$, 与 y 轴交点 $B(0, 3)$.

∴ $\triangle ABO$ 为等腰直角三角形.

∴ 坐标原点 O 关于直线 l 的对称点 O' 的坐标为 $(-3, 3)$4 分

∴ 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{9}{x}$5 分

(3) 解: 设点 P 的坐标为 $(0, p)$, 延长 PQ 和 AO' 交于点 G .

∵ $PQ \parallel x$ 轴, 与反比例函数图象交于点 Q ,

∴ 四边形 $AOPG$ 为矩形.

∴ Q 的坐标为 $(-\frac{9}{p}, p)$.

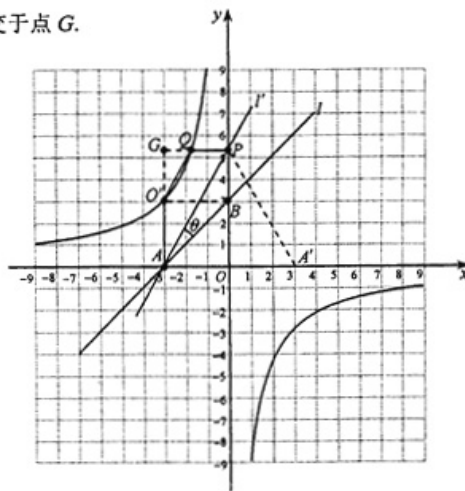
∴ $G(-3, p)$.

当 $0^\circ < \theta < 45^\circ$, 即 $p > 3$ 时,

∴ $GP = 3, GQ = 3 - \frac{9}{p}, GO' = p - 3, GA = p$,

$$\therefore S_{\text{四边形}APQO'} = S_{\square APG} - S_{\square GQO'}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times GA \times GP - \frac{1}{2} \times GQ \times GO' \\ &= \frac{1}{2} \times p \times 3 - \frac{1}{2} \times (3 - \frac{9}{p}) \times (p - 3) \end{aligned}$$



$$= 9 - \frac{27}{2p}$$

$$\therefore 9 - \frac{27}{2p} = 9 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\therefore p = 3\sqrt{3}$$

经检验, $p = 3\sqrt{3}$ 符合题意.

$$\therefore P(0, 3\sqrt{3}). \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AP = 6.$$

点 A 关于 y 轴的对称点为 $A'(3, 0)$, 连结 $A'P$, 易得 $AA' = PA' = 6$.

$$\therefore AA' = AP = A'P.$$

$$\therefore \angle PAO = 60^\circ.$$

$$\because \angle BAO = 45^\circ.$$

$$\therefore \theta = \angle PAO - \angle BAO = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

当 $45^\circ \leq \theta < 90^\circ$, 即 $p < -3$ 时,

可类似地求得 $p = 3\sqrt{3}$, 这与 $p < -3$ 矛盾, 所以此时点 P 不存在.

$$\therefore \text{旋转角 } \theta = 15^\circ. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$