精华在线
www.Jinghua.com

海淀区 10~11 第一学期期末初三数学试题&参考答案

教 师：崔莉

爱护环境，从我做起，提倡使用电子讲义

海淀区九年级数学第一学期期末练习

2011.1

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．$(-\sqrt{3})^2=$（　　）

A．3　　B．−3　　C．±3　　D．9

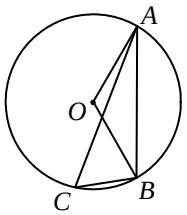
2．已知两圆的半径分别为 2 和 3，圆心距为 5，则这两圆的位置关系是（　　）

A．外离　　B．外切　　C．相交　　D．内切

3．将一枚硬币抛掷两次，则这枚硬币两次正面都向上的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{6}$

4．如图，⊙*O* 是△*ABC* 的外接圆，已知∠*ABO*=30º，则∠*ACB* 的大小为（　　）



A．60º　　B．30º

C．45º　　D．50º

5．下列一元二次方程中没有实数根的是（　　）

A．$x^2+2x-4=0$　　B．$x^2-4x+4=0$

C．$x^2-2x-5=0$　　D．$x^2+3x+4=0$

6．如图，有一枚圆形硬币，如果要在这枚硬币的周围摆放几枚与它完全相同的硬币，使得周围的硬币都和这枚硬币相外切，且相邻的硬币相外切，则这枚硬币周围最多可摆放（　　）

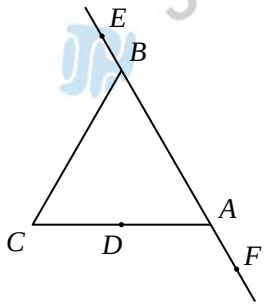
A．4 枚硬币　　B．5 枚硬币

C．6 枚硬币　　D．8 枚硬币

7．圆锥的母线长是 3，底面半径是 1，则这个圆锥侧面展开图圆心角的度数为（　　）

A．90°　　B．120°　　C．150°　　D．180°

8．如图，*E*，*B*，*A*，*F* 四点共线，点 *D* 是正三角形 *ABC* 的边 *AC* 的中点，点 *P* 是直线 *AB* 上异于 *A*，*B* 的一个动点，且满足∠*CPD*=30°，则（　　）



A．点 *P* 一定在射线 *BE* 上

B．点 *P* 一定在线段 *AB* 上

C．点 *P* 可以在射线 *AF* 上，也可以在线段 *AB* 上

D．点 *P* 可以在射线 *BE* 上，也可以在线段

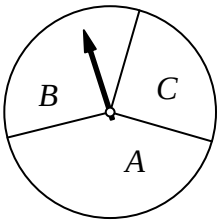
二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9．已知 *P* 是⊙*O* 外一点，*PA* 切⊙*O* 于 *A*，*PB* 切⊙*O* 于 *B*。若 *PA*＝6，则 *PB*＝_____.

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday）　　版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

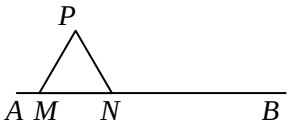
10．若$\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$有意义，则 x 的取值范围是_____.

11．如图，圆形转盘中，A、B、C 三个扇形区域的圆心角分别为 150°，120°和 90°. 转动圆盘后，指针停止在任何位置的可能性都相同（若指针停在分界线上，则重新转动圆盘），则转动圆盘一次，指针停在 B 区域的概率是_____.

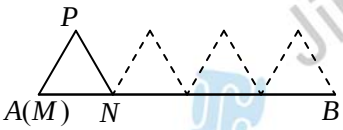


12．（1）如图一，等边三角形 MNP 的边长为 1，线段 AB 的长为 4，点 M 与 A 重合，点 N 在线段 AB 上。△MNP 沿线段 AB 按 $A\rightarrow B$ 的方向滚动，直至△MNP 中有一个点与点 B 重合为止，则点 P 经过的路程为_____；

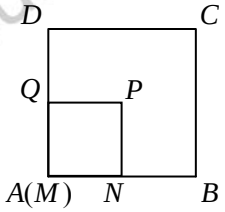
（2）如图二，正方形 $MNPQ$ 的边长为 1，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 M 与点 A 重合，点 N 在线段 AB 上，点 P 在正方形内部，正方形 $MNPQ$ 沿正方形 $ABCD$ 的边按 $A\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow D\rightarrow A\rightarrow\cdots$ 的方向滚动，始终保持 M、N、P、Q 四点在正方形内部或边界上，直至正方形 $MNPQ$ 回到初始位置为止，则点 P 经过的最短路程为_____.



图一



图二



图三

（注：以△MNP 为例，△MNP 沿线段 AB 按 $A\rightarrow B$ 的方向滚动指的是先以顶点 N 为中心顺时针旋转，当顶点 P 落在线段 AB 上时，再以顶点 P 为中心顺时针旋转，如此继续. 多边形沿直线滚动与此类似.）

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

13．计算：$(\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\sqrt{8})\times\sqrt{2}$.

解：

14．某射击运动员在相同条件下的射击 160 次，其成绩记录如下：

射击次数	20	40	60	80	100	120	140	160
射中 9 环以上的次数	15	33		63	79	97	111	130
射中 9 环以上的频率	0.75	0.83	0.80	0.79	0.79		0.79	0.81

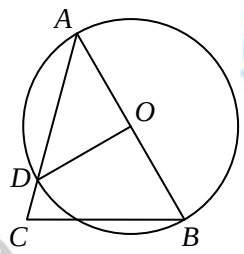
（1）根据上表中的信息将两个空格的数据补全（射中 9 环以上的次数为整数，频率精确到 0.01）；

（2）根据频率的稳定性，估计这名运动员射击一次时“射中 9 环以上”的概率（精确到 0.1），并简述理由.

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

15．解方程：$x^2+4x-12=0$．

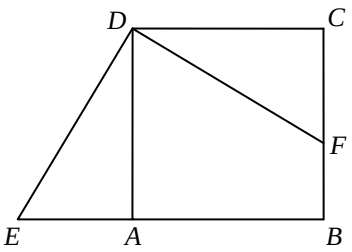
16．如图，在△ABC 中，AB 是⊙O 的直径，⊙O 与 AC 交于点 D，$AB=2\sqrt{2}$，$\angle B=60^\circ$，$\angle C=75^\circ$，求 $\angle BOD$ 的度数；



17．如图，正方形 $ABCD$ 中，点 F 在边 BC 上，E 在边 BA 的延长线上.

（1）若△DCF 按顺时针方向旋转后恰好与△DAE 重合。则旋转中心是点_____；最少旋转了_____度；

（2）在（1）的条件下，若 $AE=3, BF=2$,求四边形 $BFDE$ 的面积。



18．列方程解应用题：

随着人们节能意识的增强，节能产品的销售量逐年增加．某地区高效节能灯的年销售量 2009 年为 10 万只，预计 2011 年将达到 14.4 万只．求该地区 2009 年到 2011 年高效节能灯年销售量的平均增长率.

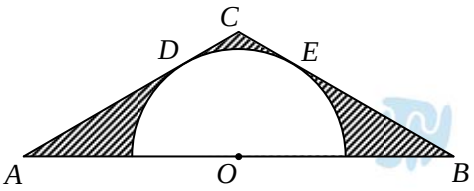
在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday）
版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19．如图，在△*ABC* 中，$\angle C=120^{\circ}$，*AC*=*BC*，*AB*=4，半圆的圆心 *O* 在 *AB* 上，且与 *AC*，*BC* 分别相切于点 *D*，*E*。

（1）求半圆 *O* 的半径；

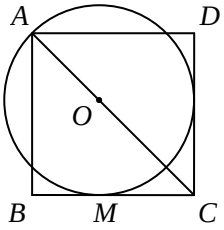
（2）求图中阴影部分的面积.



20．如图，*O* 为正方形 *ABCD* 对角线 *AC* 上一点，以 *O* 为圆心，*OA* 长为半径的⊙*O* 与 *BC* 相切于点 *M*.

（1）求证：*CD* 与⊙*O* 相切；

（2）若⊙*O* 的半径为 1，求正方形 *ABCD* 的边长.



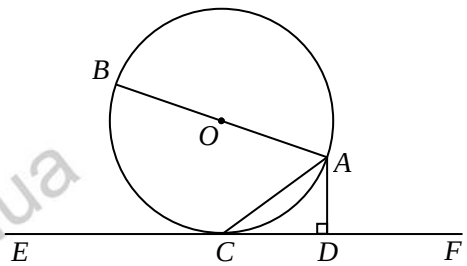
21．一个袋中有 3 张形状大小完全相同的卡片，编号为 1、2、3，先任取一张，将其编号记为 *m*，再从剩下的两张中任取一张，将其编号记为 *n*.

（1）请用树状图或者列表法，表示事件发生的所有可能情况；

（2）求关于 *x* 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个不相等实数根的概率.

22．如图一，*AB* 是⊙*O* 的直径，*AC* 是弦，直线 *EF* 和⊙*O* 相切与点 *C*， $AD\perp EF$，垂足为 *D*.

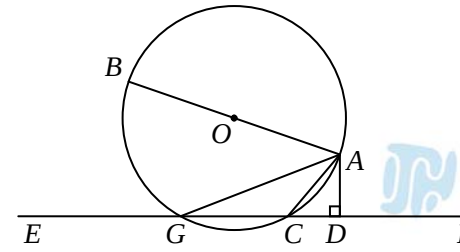
（1）求证：$\angle CAD=\angle BAC$；



图一

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday）
版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

（2）如图二，若把直线 EF 向上移动，使得 EF 与⊙O 相交于 G，C 两点（点 C 在点 G 的右侧），连结 AC，AG，若题中其他条件不变，这时图中是否存在与 $\angle CAD$ 相等的角？若存在，找出一个这样的角，并证明；若不存在，说明理由.



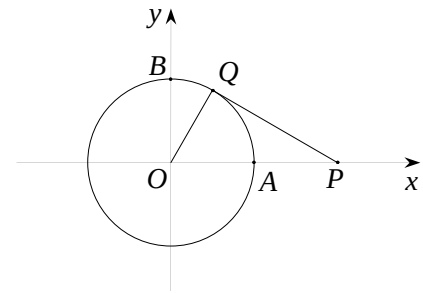
图二

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23．以坐标原点为圆心，1 为半径的圆分别交 x，y 轴的正半轴于点 A，B.

（1）如图一，动点 P 从点 A 处出发，沿 x 轴向右匀速运动，与此同时，动点 Q 从点 B 处出发，沿圆周按顺时针方向匀速运动。若点 Q 的运动速度比点 P 的运动速度慢，经过 1 秒后点 P 运动到点（2，0），此时 PQ 恰好是⊙O 的切线，连接 OQ。求 $\angle QOP$ 的大小；

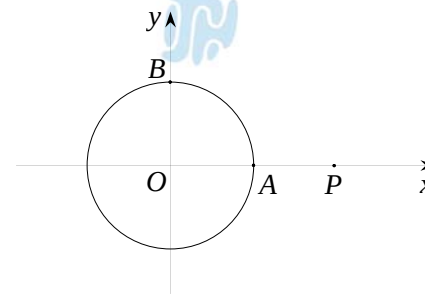
解：



图一

（2）若点 Q 按照（1）中的方向和速度继续运动，点 P 停留在点（2，0）处不动，求点 Q 再经过 5 秒后直线 PQ 被⊙O 截得的弦长.

解：



图二 （备用图）

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

24．已知关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x^2-2\sqrt{a}x+(a+1)^2=0$ 有实根.

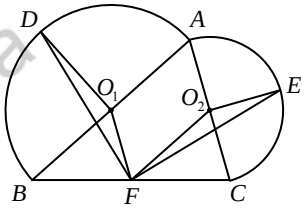
（1）求 a 的值；

（2）若关于 x 的方程 $mx^2+(1-m)x-a=0$ 的所有根均为整数，求整数 m 的值.

25．如图一，在△ABC 中，分别以 AB，AC 为直径在△ABC 外作半圆 O_1 和半圆 O_2，其中 O_1 和 O_2 分别为两个半圆的圆心。F 是边 BC 的中点，点 D 和点 E 分别为两个半圆圆弧的中点。

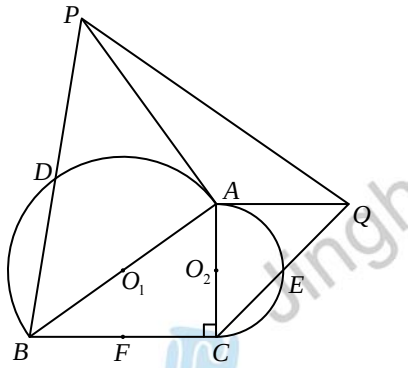
（1）连结 $O_1F,O_1D,DF,O_2F,O_2E,EF$，

证明：$\triangle DO_1F\cong\triangle FO_2E$；



图一

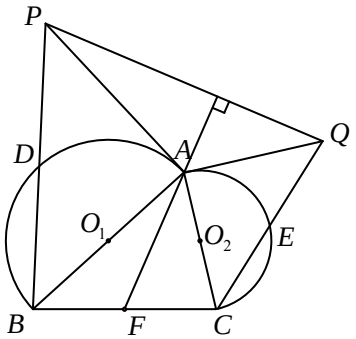
（2）如图二，过点 A 分别作半圆 O_1 和半圆 O_2 的切线，交 BD 的延长线和 CE 的延长线于点 P 和点 Q，连结 PQ，若∠ACB=90°，DB=5，CE=3，求线段 PQ 的长；



图二

（3）如图三，过点 A 作半圆 O_2 的切线，交 CE 的延长线于点 Q，过点 Q 作直线 FA 的垂线，交 BD 的延长线于点 P，连结 PA。

证明：PA 是半圆 O_1 的切线.



图三

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday）
版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

海淀区九年级数学第一学期期末练习
参考答案及评分标准

2011.1

说明：合理答案均可酌情给分，但不得超过原题分数

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	A	D	C	B	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

题号	9	10	11	12	
答案	6	$x>\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	2π

注：第 12 题答对一个给 2 分，答对两个给 4 分

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

13.解：原式=$(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\sqrt{2}$ ……2 分

$=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ ……4 分

=6 ……5 分

14.（1）解：48 ……1 分

0.81 ……2 分

（2）解： P（射中 9 环以上）=0.8 ……4 分

从频率的波动情况可以发现频率稳定在0.8附近，所以这名运动员射击一次时“射中9环以上”的概率是 0.8. ……5 分

注：简述的理由合理均可给分

15．解法一：因式分解，得

$(x+6)(x-2)=0$ ……2 分

于是得 $x+6=0$ 或 $x-2=0$

$x_1=-6$， $x_2=2$ ……5 分

解法二：$a=1,b=4,c=-12$

$\Delta=b^2-4ac=64$ ……2 分

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4\pm8}{2}$ ……4 分

$x_1=-6,x_2=2$ ……5 分

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

16．解：在△ABC 中，$\because \angle B=60^{\circ},\angle C=75^{\circ}$，

$\therefore \angle A=45^{\circ}$ ……2 分

$\because$ AB 是⊙O 的直径，⊙O 与 AC 交于点 D，

$\therefore$． $\therefore \angle DOB=2\angle A=90^{\circ}$ ……5 分

17．解：（1）D；90° ……2 分

（2）$\because$△DCF旋转后恰好与△DEA重合，

$\therefore$△DCF≌△DAE．

$\therefore AE=CF=3$,又$BF=2$．

$\therefore BC=BF+CF=5$．

$\therefore S_{四边形BFDE}=S_{\triangle AED}+S_{四边形ABFD}=S_{\Delta DCF}+S_{四边形ABFD}=S_{正方形ABCD}=BC^2=25$ 5 分

18．解：设该地区 2009 年到 2011 年高效节能灯年销售量的平均增长率为 x. ……1 分

依据题意，列出方程 $10(1+x)^2=14.4$ ……2 分

化简整理，得： $(1+x)^2=1.44$,

解这个方程，得 $1+x=\pm 1.2$,

$\therefore x_1=0.2, x_2=-2.2$.

$\because$ 该地区 2009 年到 2011 年高效节能灯年销售量的平均增长率不能为负数.

$\therefore$ $x=-2.2$ 舍去.

$\therefore$ $x=0.2$ ……4 分

答：该地区 2009 年到 2011 年高效节能灯年销售量的平均增长率为 20%……5 分

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19．（1）解：连结 OD，OC，

$\because$半圆与 AC，BC 分别相切于点 D，E.

$\therefore \angle DCO=\angle ECO$,且$OD\perp AC$.

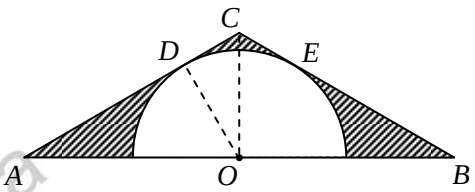
$\because$ $AC=BC$，

$\therefore$ $CO\perp AB$ 且 O 是 AB 的中点.

$\therefore AO=\frac{1}{2}AB=2$.

$\because \angle C=120°$,$\therefore \angle DCO=60°$.

$\therefore \angle A=30°$.



在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

∴在 Rt△AOD 中， $OD=\frac{1}{2}AO=1$.

即半圆的半径为 1. ……3 分

（2）设 CO=x，则在 Rt△AOC 中，因为 $\angle A=30^{\circ}$，所以 AC=2x，由勾股定理得：

$AC^2-OC^2=AO^2$

即 $(2x)^2-x^2=2^2$

解得 $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$（$x=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 舍去）

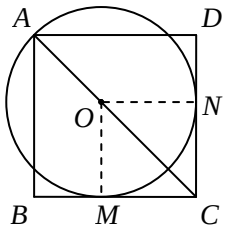
∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot OC=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. ……4 分

∵ 半圆的半径为 1，

∴ 半圆的面积为 $\frac{\pi}{2}$，

∴ $S_{阴影}=\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{8\sqrt{3}-3\pi}{6}$. ……5 分

20.（1）解：过 O 作 $ON\perp CD$ 于 N，连结 OM，则 $OM\perp BC$.



∵ AC 是正方形 $ABCD$ 的对角线，

∴ AC 是 $\angle BCD$ 的平分线.

∴ OM=ON.

即圆心 O 到 CD 的距离等于⊙O 半径，

∴ CD 与⊙O 相切. ……3 分

（2）由（1）易知△MOC 为等腰直角三角形，OM 为半径，

∴ OM=MC=1.

∴ $OC^2=OM^2+MC^2=1+1=2$,

∴ $OC=\sqrt{2}$.

∴ $AC=AO+OC=1+\sqrt{2}$

在 Rt△ABC 中，AB=BC,

有 $AC^2=AB^2+BC^2$

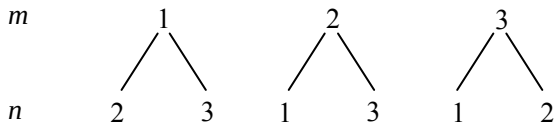
∴ $2AB^2=AC^2$

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

∴ $AB=\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. ……5 分

故正方形 $ABCD$ 的边长为 $\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$.

21.（1）解：依题意画出树状图（或列表）如下



或

n \ m	1	2	3
1		(2，1)	(3，1)
2	(1，2)		(3，2)
3	(1，3)	(2，3)	

……2 分

注：画出一种情况就可给 2 分

（2）解：当 $m^2-4n>0$ 时，关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个不相等实数根，而使得 $m^2-4n>0$ 的 m，n 有 2 组，即(3，1)和(3，2). ……4 分

则关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个不相等实数根的概率是 $\dfrac{1}{3}$.

∴P（有两个不等实根）$=\dfrac{1}{3}$. ……5 分

22.（1）证明：如图一，连结 OC，则 $OC\perp EF$，且 $OC=OA$,

易得 $\angle OCA=\angle OAC$.

∵ $AD\perp EF$，∴$OC//AD$.

∴ $\angle OCA=\angle CAD$，∴ $\angle CAD=\angle OAC$

即 $\angle CAD=\angle BAC$ ……2 分

（2）解：与 $\angle CAD$ 相等的角是 $\angle BAG$. ……3 分

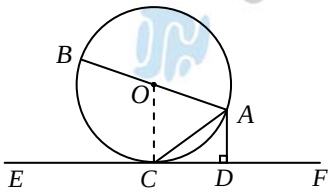
证明如下：

如图二，连结 BG.

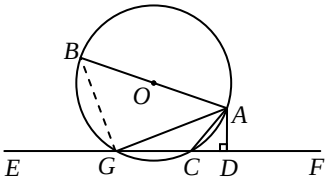
∵ 四边形 $ACGB$ 是⊙O 的内接四边形，

∴ $\angle ABG+\angle ACG=180°$.

∵ D，C，G 共线，



图一



图二

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

∴ $\angle ACD+\angle ACG=180°$.

∴ $\angle ACD=\angle ABG$.

∵ AB 是⊙O 的直径,

∴ $\angle BAG+\angle ABG=90°$

∵ $AD\perp EF$

∴ $\angle CAD+\angle ACD=90°$

∴ $\angle CAD=\angle BAG$ ……5 分

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23.（1）解：如图一，连结 AQ.

由题意可知：$OQ=OA=1$.

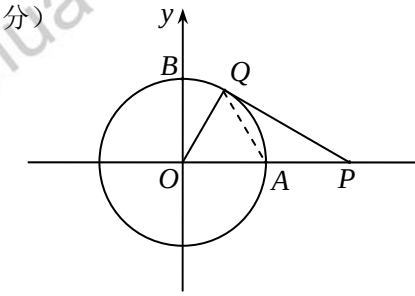
∵$OP=2$,

∴A 为 OP 的中点.

∵PQ 与⊙O 相切于点 Q,

∴△OQP 为直角三角形. ……1 分

∴ $AQ=\frac{1}{2}OP=1=OQ=OA$. ……2 分



图一

即 ΔOAQ 为等边三角形.

∴$\angle QOP=60°$. ……3 分

（2）解：由（1）可知点 Q 运动 1 秒时经过的弧长所对的圆心角为 30°，若 Q 按照（1）中的方向和速度

继续运动，那么再过 5 秒，则 Q 点落在⊙O 与 y 轴负半轴的交点处（如图二）.设直线 PQ 与⊙O 的另外一个交点为 D，过 O 作 $OC\perp QD$ 于点 C，则 C 为 QD 的中点.

……4 分

∵$\angle QOP=90°$，$OQ=1$，$OP=2$,

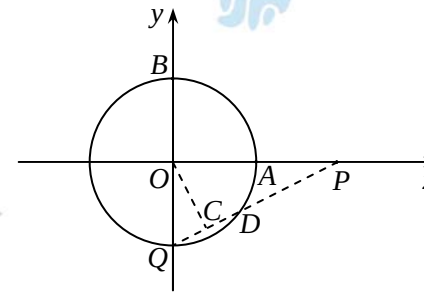
∴QP=$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$. ……5 分

∵ $\frac{1}{2}OQ\cdot OP=\frac{1}{2}QP\cdot OC$,

∴$OC=\frac{2}{\sqrt{5}}$. ……6 分

∵$OC\perp QD$，$OQ=1$，$OC=\frac{2}{\sqrt{5}}$,

∴$QC=\frac{\sqrt{5}}{5}$.



图二

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

$\therefore QD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. ……7 分

24.（1）解：∵关于 x 的方程为 $\dfrac{1}{4}x^2-2\sqrt{a}x+(a+1)^2=0$ 为一元二次方程，且有实根.

故满足：

$$\begin{cases} a\geq 0, \\ \Delta=(-2\sqrt{a})^2-4\times\dfrac{1}{4}\times(a+1)^2\geq 0. \end{cases}$$ ……2 分

（注：每个条件 1 分）

整理得 $\begin{cases} a\geq 0, \\ (a-1)^2\leq 0. \end{cases}$

$\therefore a=1$ ……4 分

（2）由（1）可知 $a=1$,

故方程 $mx^2+(1-m)x-a=0$ 可化为 $mx^2+(1-m)x-1=0$.

①当 m=0 时，原方程为 $x-1=0$，根为 $x=1$，符合题意. ……5 分

②当 $m\neq 0$ 时， $mx^2+(1-m)x-1=0$ 为关于 x 的一元二次方程，

$$\Delta=(1-m)^2-4\times m\times(-1)=1-2m+m^2+4m=m^2+2m+1=(m+1)^2\geq 0$$.

此时，方程的两根为 $x_1=1, x_2=-\dfrac{1}{m}$.

∵两根均为整数,

$\therefore m=\pm 1$ ……7 分

综上所述，m 的值为–1，0 或 1.

25.（1）证明：如图一，∵O_1，O_2，F 分别是 AB，AC，BC 边的中点，

$\therefore O_1F\parallel AC$ 且 $O_1F=AO_2$，$O_2F\parallel AB$ 且 $O_2F=AO_1$，

$\therefore \angle BO_1F=\angle BAC$，$\angle CO_2F=\angle BAC$，

$\therefore \angle BO_1F=\angle CO_2F$

∵点 D 和点 E 分别为两个半圆圆弧的中点，

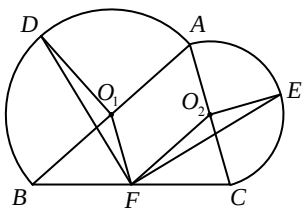
$\therefore O_1F=AO_2=O_2E$， $O_2F=AO_1=O_1D$， ……2 分

$\angle BO_1D=90°$，$\angle CO_2E=90°$，

$\therefore \angle BO_1D=\angle CO_2E$.

$\therefore \angle DO_1F=\angle FO_2E$.

$\therefore \triangle DO_1F\cong\triangle FO_2E$ ……3 分



图一

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

（2）解：如图二，延长 CA 至 G，使 $AG=AQ$，连接 BG、AE.

∵点 E 是半圆 O_2 圆弧的中点，

∴$AE=CE=3$

∵AC 为直径

∴$\angle AEC=90°$，

∴$\angle ACE=\angle EAC=45°$，$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=3\sqrt{2}$，

∵AQ 是半圆 O_2 的切线，

∴$CA\perp AQ$，∴$\angle CAQ=90°$，

∴$\angle ACE=\angle AQE=45°$，$\angle GAQ=90°$

∴$AQ=AC=AG=3\sqrt{2}$

同理：$\angle BAP=90°$，$AB=AP=5\sqrt{2}$

∴$CG=6\sqrt{2}$，$\angle GAB=\angle QAP$

∴$\triangle AQP\cong\triangle AGB$ ……..5 分

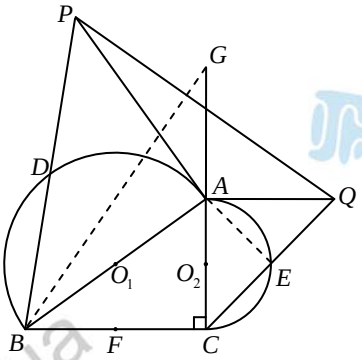
∴$PQ=BG$

∵$\angle ACB=90°$，

∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=4\sqrt{2}$

∴$BG=\sqrt{GC^2+BC^2}=2\sqrt{26}$

∴$PQ=2\sqrt{26}$. ……..6 分



图二

（3）证法一：如图三，设直线 FA 与 PQ 的垂足为 M，过 C 作 $CS\perp MF$ 于 S，过 B 作 $BR\perp MF$ 于 R，连接 DR、AD、DM.

∵F 是 BC 边的中点，∴$S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ACF}$.

∴$BR=CS$，

由（2）已证$\angle CAQ=90°$，$AC=AQ$，

∴$\angle 2+\angle 3=90°$

∵$FM\perp PQ$, ∴$\angle 2+\angle 1=90°$，

∴$\angle 1=\angle 3$,

同理：$\angle 2=\angle 4$,

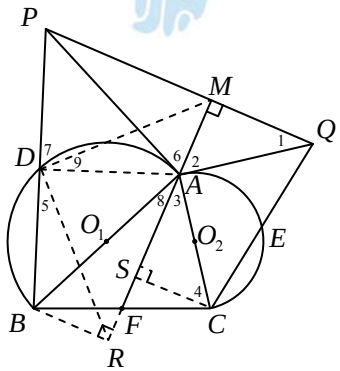
∴$\triangle AMQ\cong\triangle CSA$，

∴$AM=CS$，

∴$AM=BR$，

同（2）可证 $AD=BD$，$\angle ADB=\angle ADP=90°$,

∴$\angle ADB=\angle ARB=90°$，$\angle ADP=\angle AMP=90°$



图三

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

∴A、D、B、R 四点在以 AB 为直径的圆上，A、D、P、M 四点在以 AP 为直径的圆上，

且$\angle DBR+\angle DAR=180°$,

∴$\angle 5=\angle 8$, $\angle 6=\angle 7$,

∵$\angle DAM+\angle DAR=180°$,

∴$\angle DBR=\angle DAM$

∴$\triangle DBR\cong\triangle DAM$,

∴$\angle 5=\angle 9$,

∴$\angle RDM=90°$,

∴$\angle 5+\angle 7=90°$,

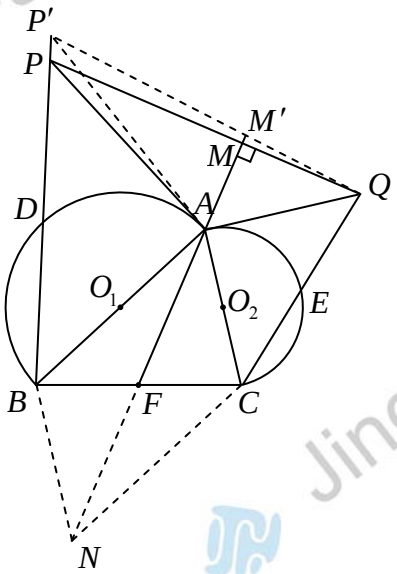
∴$\angle 6+\angle 8=90°$,

∴$\angle PAB=90°$,

∴$PA\perp AB$,又 AB 是半圆 O_1 直径，

∴PA 是半圆 O_1 的切线. ……..8 分

证法二：假设 PA 不是是半圆 O_1 的切线，如图四，过点 A 作半圆 O_1 的切线交 BD 的延长线于点 P'，则点 P' 异于点 P，连结 $P'Q$，设直线 FA 与 PQ 的垂足为 M，直线 FA 与 $P'Q$ 的交点为 M'。延长 AF 至 N，使得 $AF=FN$，连结 BN，CN，由于点 F 是 BC 中点，所以四边形 $ABNC$ 是平行四边形.



图四

易知， $\angle BAC+\angle ACN=180^\circ$，

∵AQ 是半圆 O_2 的切线,

∴$\angle QAC=90°$，同理 $\angle P'AB=90^\circ$.

∴ $\angle P'AQ+\angle BAC=180^\circ$.

∴ $\angle P'AQ=\angle ACN$.

由（2）可知， $AQ=AC, AB=AP'$,

∴$\triangle P'AQ\cong\triangle NCA$.

∴ $\angle NAC=\angle P'QA$.

∵ $\angle QAC=90^\circ$,

∴ $\angle NAC+\angle M'AQ=90^\circ$.

即 $\angle AQM'+\angle M'AQ=90^\circ$.

∴ $\angle AM'Q=90^\circ$.

即 $P'Q\perp AF$.

∵ $PQ\perp AF$,

∴ 过点 Q 有两条不同的直线 $P'Q$ 和 PQ 同时与 AF 垂直.

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司

这与在平面内过一点有且仅有一条直线与已知直线垂直相矛盾,因此假设错误.所以 PA 是是半圆 O_1 的切线.

在线学习网址：www.Jinghua.com
客服热线：400-650-7766（9：00—21：00 everyday） 版权所有 北京天地精华教育科技有限公司